**Школьный этап**

**всероссийской олимпиады школьников по математике. 2016 год.**

**Решения.**

**8 класс.**

1. Пусть отрезок BC = a, D – точка на отрезке BC, E, F – соответственно середины отрезков BD и DC. Тогда BE + ED + DF + FC = a и BE = ED, DF = FC, откуда следует, что EF = ED + DF = a/2.

Ответ: a/2.

1. Да, например, 113. Числа 114, 116, 118, 120, 122, 124, 126 делятся на 2.

Числа 115, 125 делятся на 5. 117 делится на 9, 119 делится на 7, 121 делится на 11, 123 делится на 3.

1. Да, например, число Его делители – степени 2, начиная с = 1 и до – ровно 2016 делителей.
2. Заметим, что если человек под номером i говорит, что человек под номером j – рыцарь, то игроки i и j либо оба лжецы, либо оба рыцари. Составим граф, где вершины пронумерованы от 1 до 9, и числа i и j связываем ребром, если один из них, что второй из них рыцарь. При этом вершины 1,3,7,9 – лежат в одной компоненте связности, как и вершины 2,4,6,8. Значит люди, кроме 5-го номера, не могут быть рыцарями, иначе будет хотя бы 4 рыцаря, значит они все лжецы. Так как рыцарь есть, то номер 5 обязан быть рыцарем.

Ответ: пятый.

1. Нет, например, при a = 1, b = 1000, c = 100000, d = 1000000 получаем, что 3 < 3.

*Комментарий: неравенство превращается в равенство только при заданных попарных отношениях между числами a,b,c,d. Обратное неравенство невозможно.*

**Школьный этап**

**всероссийской олимпиады школьников по математике. 2016 год.**

**Решения**

**9 класс**

1. Пусть y = . Получаем квадратное уравнение, решаем, получаем y = 1 и y = 16. Тогда x = 1, -1, 2, -2.
2. |||x| - 1| -1|=1/2 , тогда ||x| - 1| -1 = ½ или -1/2, т.е. ||x| - 1| = 1.5 или 0.5, тогда соответственно |x| - 1 = 1.5 или -1.5 или 0.5 или -0.5, тогда |x| = 2.5 или -0.5 или 1.5 или 0.5, но модуль больше или равен 0, поэтому возможные варианты для |x| : 2.5; 1.5; 0.5, откуда следует что x может быть равен 2.5; - 2.5; 1.5; -1.5; 0.5; -0.5.

Ответ: 6 решений.

1. Пусть сумма чисел во второй строке равна x, тогда сумма чисел в первой строке = x-1, а сумма чисел в третьей строке = x+1, тогда общая сумма чисел в таблице равна 3x.

Теперь пусть сумма чисел в первом столбце равна y, тогда во втором столбце сумма = 4y, в третьем = 16y, в сумме по таблице = 21 y.

Получаем, что 3x = 21y, тогда x = 7y, где x – сумма чисел во второй строке, что и требовалось доказать.

1. 8.3
2. Так как только Петя в классе сидит один за партой, то в классе нечетное число учеников. Если бы каждый из них поздоровался с нечетным числом, то число пар поздоровавшихся было бы нецелым числом, так как равнялось бы нечетному числу, деленному на 2. А значит, Петя не мог поздороваться с нечетным числом учеников. Кроме Пети в классе осталось еще четное число учеников, поэтому число тех, кто с ним не поздоровался не может быть равно 1.

**Школьный этап**

**всероссийской олимпиады школьников по математике. 2016 год.**

**Решения**

**10 класс**

1. Да, например, “1008”, “2” и 1006 раз “1”.
2. Аналогично 9.2, только константы увеличены в 4 раза.

Ответ: 6.

1. 9.3
2. 9.5
3. Так как точка D внутри треугольника, то можно найти точку D’, лежащую на BC, такую что A, D, D’ лежат на одной прямой, причем AD’ > AD. Заметим, что AD’ > AB, тогда угол AD’B – острый угол, иначе AD’ < AB. Значит AD’C – тупой угол, тогда AC > AD’ > AD.

**Школьный этап**

**всероссийской олимпиады школьников по математике. 2016 год.**

**Решения**

**11 класс.**

1. 2017 – число простое, а значит, множители 2017 и некоторое количество 1, не менее одного. Их сумма уже не менее 2018. Ответ: нет.
2. 10.2
3. 10.5
4. 11 дает остаток 1 при делении на 10, значит и любая степень 11 дает остаток 1 при делении на 10. 22 дает остаток 2 в первой степени, остаток 4 во второй степени, остаток 8 в третьей степени, остаток 6 в четвертой степени. В пятой степени снова остаток 2, так как умножение 6 на 2 дает на конце 2. Таким образом, остатки возникают периодически, так как следующий остаток – последняя цифра от умножения последней цифры предыдущей степени на 2. Получаем период равный: 2, 4, 8, 6. Тогда дает остаток такой же как и остаток числа = 4.  
   Чтобы сумма + делилась на 10, необходимо чтобы число давало остаток 5 при делении на 10, а значит необходима делимость на 5, что невозможно. Ответ: нет.
5. Пусть *АА*1, *BB*1 и *СС*1 – медианы треугольника *АВС*, пересекающиеся в точке *G*, и *АА*1 = 1,5*ВС*.   
   По свойству медиан треугольника *GA*1 = http://problems.ru/show_document.php?id=1701604 *AA*1 = http://problems.ru/show_document.php?id=1701605*ВС*. Таким образом, в треугольнике *BGC* медиана *GA*1 равна половине стороны *ВС*, к которой она проведена.   
   Следовательно, этот треугольник – прямоугольный с прямым углом *G*, то есть медианы *BB*1 и *СС*1 пересекаются под прямым углом.

**Методические рекомендации**

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником. Максимальный - 35 баллов.

Основные принципы оценивания приведены в таблице:

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
| 7 | Полное верное решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом, не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но, в целом, верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

Кроме того:

А) Любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты.

Б) Олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе, зачеркивание ранее написанного текста, не являются основание для снятия баллов. Недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении.

В) Баллы не выставляются за «старание участника», в том числе, за запись в работе большого по объему текста, но не содержащего продвижений в решении задачи.

Г) Победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников , набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.

**Материально-техническое обеспечение участников.**

Тиражирование заданий осуществляется с учетом следующих параметров: листы бумаги формата А5 или А4, черно-белая печать. Допускается выписывание условий заданий на доску.

Для выполнений заданий олимпиады каждому участнику требуется тетрадь в клетку. Рекомендуется выдача отдельных листов для черновиков. Участники используют свои письменные принадлежности: авторучка с синими, фиолетовыми или черными чернилами, циркуль, линейка, карандаши. Запрещено использование для записи решений ручек с красными или зелеными чернилами.

Выполнение заданий не предполагает использование каких-либо справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

Участникам во время олимпиады запрещено иметь при себе любые электронно-вычислительные устройства или средства связи (в том числе, и в выключенном виде), учебники, справочные пособия.